

# Vereinfachte Berechnung von Wirbelfäden zur Erzeugung freier Turbulenz in Mischkammern

Carlowitz, Otto  
Scholz, Reinhard  
Jeschar, Rudolf

Veröffentlicht in:  
Abhandlungen der Braunschweigischen  
Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 31, 1980,  
S.7-36



Verlag Erich Goltze KG, Göttingen

## **Vereinfachte Berechnung von Wirbelfäden zur Erzeugung freier Turbulenz in Mischkammern**

Von **Otto Carlowitz**, Clausthal, **Reinhard Scholz**, Bremerhaven,  
und **Rudolf Jeschar**, Clausthal

(eingegangen am 31. 1. 1980)

In vielen Bereichen der Industrie stellt sich die Aufgabe, zwei Fluidmassenströme intensiv miteinander zu vermischen. Als Beispiele hierfür sind die Vermischung von Brennstoff und Luft in Verbrennungsprozessen [1] oder Mischungsvorgänge in der verfahrenstechnischen Industrie zu nennen.

Es ist bekannt [z. B. 2, 3], daß bei Mischungsprozessen die sogenannte „freie Turbulenz“ als Folge von Instabilitäten an der Trennfläche zweier Strömungen mit unterschiedlicher Geschwindigkeit zu erheblich höheren Mischleistungen führen kann, als die wand- oder zähigkeitsgebundene Turbulenz [3].

Bei der Konstruktion von Mischkammern ist es daher sinnvoll, die Strömungsführung so zu gestalten, daß innerhalb des Mischsystems eine intensive „freie Turbulenz“ entsteht.

Letztere kann auch durch Instabilitäten, die von der Strömung „selbst“ herrühren, erzeugt werden.

Als solche Instabilitäten sind z. B. sogenannte umlaufende Wirbelfäden in überkritischen Drallströmungen<sup>1)</sup> bekannt [4], deren vermischungsfördernde Wirkung bisher vornehmlich in Zyklonbrennern bzw. Zyklonbrennkammern ausgenutzt wird [5, 6, 7, 8].

Um die Entstehung, Größe und Bewegungsintensität dieser Wirbelfäden bei der Konstruktion von Mischkammern abschätzen zu können, wird im folgenden nach einer qualitativen Erläuterung des Wirbelfadenentstehungsmechanismus zunächst ein vereinfachtes mathematisches Modell zur Berechnung von Wirbelfäden dargestellt. Im Kapitel „Hinweise zur konstruktiven Gestaltung von Mischkammern mit Wirbelfäden“ wird das entwickelte mathematische Modell auf eine realisierbare Mischkammergeometrie angewendet, um daraus schließlich Dimensionierungshinweise herzuleiten.

---

<sup>1)</sup> Der Begriff überkritische Drallströmung besagt, daß aufgrund der durch die Drehbewegung bewirkten starken Fliehkräfte im Bereich der Rotationsachse der Strömung Unterdruckgebiete entstehen, die eine zentrale axiale Rückströmung entgegengesetzt zur eigentlichen Richtung des Massenflusses zur Folge haben [z. B. 9].

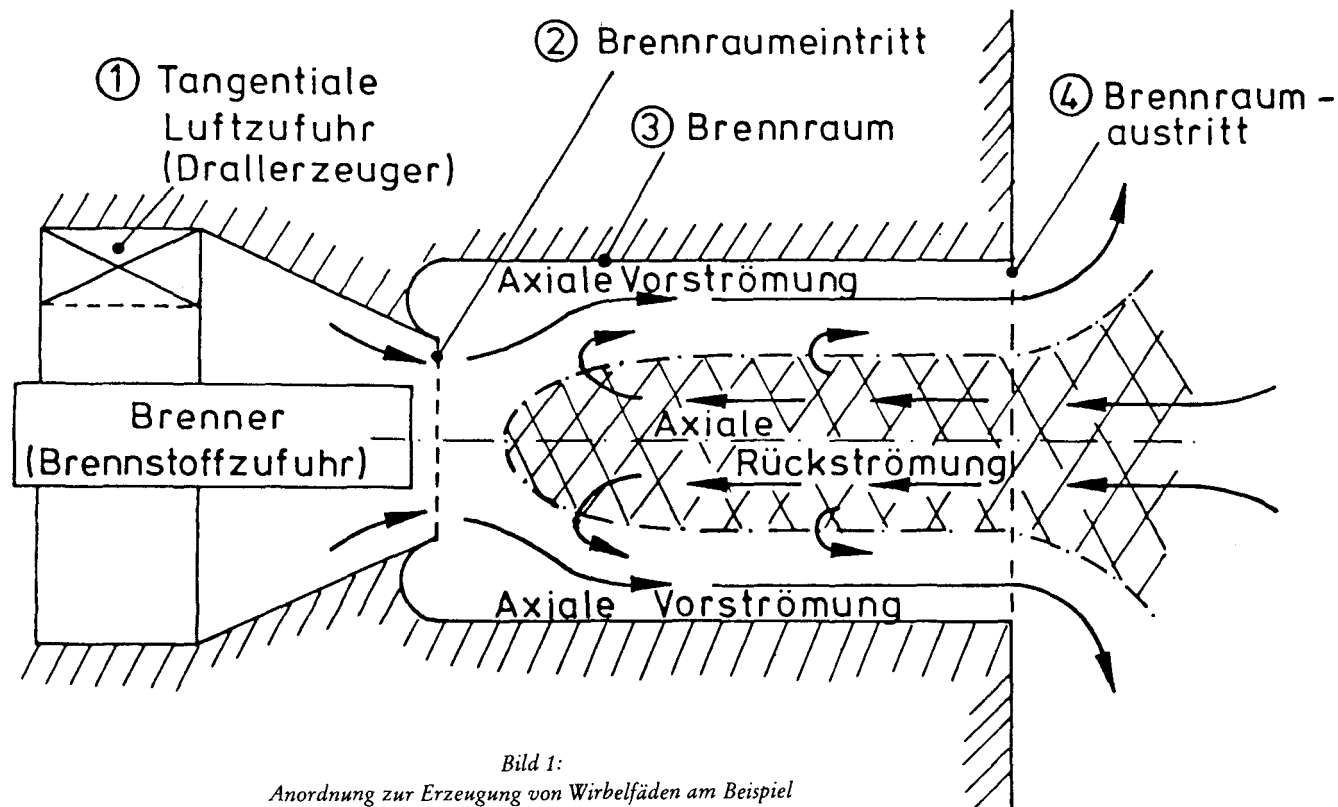


Bild 1:  
Anordnung zur Erzeugung von Wirbelfäden am Beispiel  
eines Drallbrennkammersystems

## Wirbelfadenentstehung

Zur Erläuterung der Wirbelfadenentstehung wird beispielhaft die in Bild 1 gezeigte Brennkammeranordnung betrachtet, wobei im folgenden lediglich die Strömung unter Ausschluß der Verbrennungsreaktion (isotherme Strömung) von Interesse sein soll. Auf eine Brennstoffzufuhr ist verzichtet worden.

Dem Brennkammersystem wird gemäß Bild 1 am Drallerzeuger (Pos. 1, Bild 1) tangential Luft<sup>2)</sup> zugeführt und somit verdrallt. Im weiteren Verlauf gelangt der Luftmassenstrom durch den Brennraumeintritt (Pos. 2, Bild 1) in den Brennraum (Pos. 3, Bild 1) und verläßt schließlich am Austritt (Pos. 4, Bild 1) die Brennkammer. Ist der erzeugte Drall im Brennraum größer als der kritische Drall, entsteht, wie in Bild 1 angedeutet, neben der axialen Vorströmung eine zentrale axiale Rückströmung. Die Rückströmzone ist gemäß Bild 1 offen, d.h. die rückströmenden Gase werden durch den Brennraumaustritt aus der Umgebung angesaugt.

Demnach entsteht im Strömungsquerschnitt des Brennraumaustritts eine kreisringförmige (äußere) Vorströmfläche und eine kreisförmige (innere) Rückströmfläche. Da die in der axialen Vorströmung befindlichen Luftmassen aufgrund ihrer Verdrallung und der dadurch wirkenden Fliehkräfte nach Verlassen des Brennraumes radial von der Rotationsachse der Strömung weg bewegt werden, treten die Rückström gases infolge eines geringen tangentialen Impulsaustausches mit der Vorströmung nahezu unverdrallt in den Brennraum ein [10]. Gemäß Bild 2 entsteht daher in der Querschnittsebene des Brennraumaustritts zunächst ein Sprung der Drehgeschwindigkeit auf der Trennfläche zwischen der axialen Vor- und Rückströmung. (In Bild 2 ist das Tangential- oder Drehgeschwindigkeitsprofil der axialen Vorströmung vereinfacht als Rankinewirbel, d.h. als Kombination eines Starrkörperwirbels im Kern mit einem anschließenden Potentialwirbel dargestellt.)

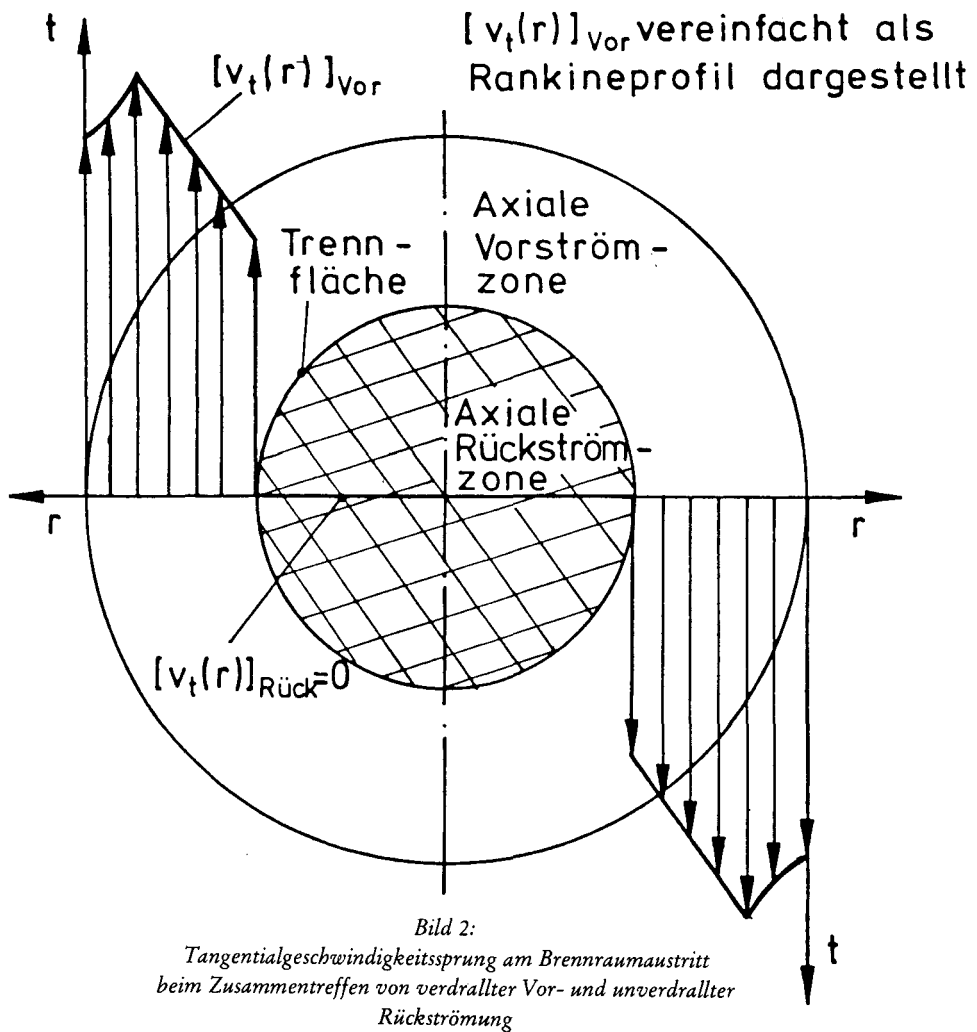
Wie eingangs angedeutet, neigen solche, durch das Zusammentreffen zweier Fluidströme mit unterschiedlicher Geschwindigkeit entstandenen Trennflächen bzw. Geschwindigkeitssprünge leicht zu Instabilitäten, die sich nach [11] als direkte Einzelwirbel bzw. Wirbelfäden ausbilden können.

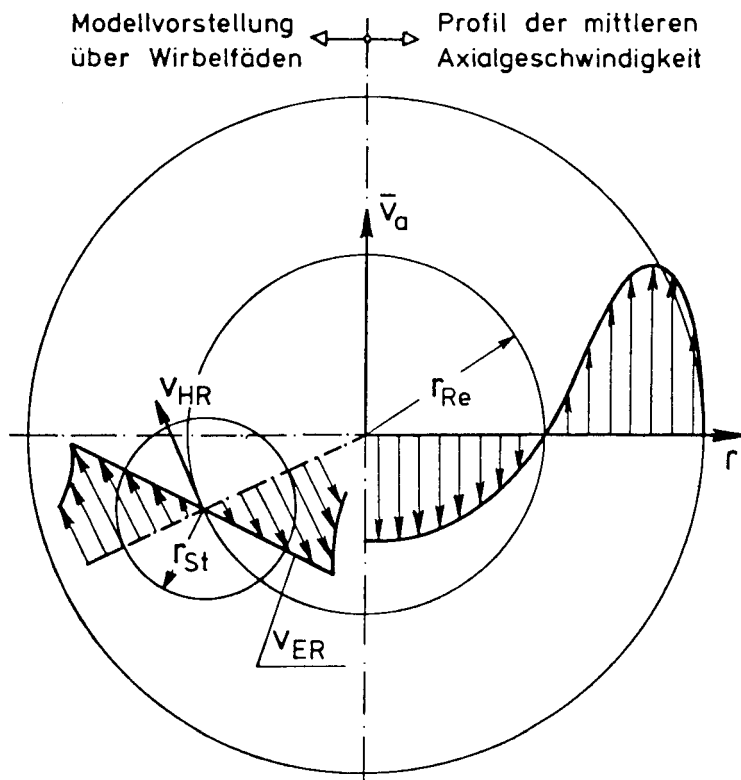
In der in Bild 1 gezeigten Brennkammeranordnung ist ein einzelner solcher Wirbelfaden experimentell festgestellt worden. Gemäß Bild 3 bewegt sich der Wirbelfaden etwa auf der Trennfläche zwischen der axialen Vor- und Rückströmung um die Rotationsachse der (zeitlich gemittelten) Drehströmung. Dieser Bewegungsanteil des Wirbelfadens wird als Hauptrotation (Index HR) bezeichnet. Der Hauptrotationsbewegung ist die Eigenrotationsbewegung (Index ER) überlagert. Das Geschwindigkeitsprofil der Wirbelfadeneigenrotation (Bild 3) kann, wie experimentell in [7] nachgewiesen, vereinfacht durch einen Rankinewirbel dargestellt werden, wobei jedoch die Bewegungsanteile des darin enthaltenen Starrkörperwirbels dominieren [6,10].

Zusammenfassend sind für die Entstehung von Wirbelfäden in der hier beschriebenen Form zwei Kriterien von Bedeutung:

<sup>2)</sup> Prinzipiell kann auch jedes andere Fluid zugeführt werden.

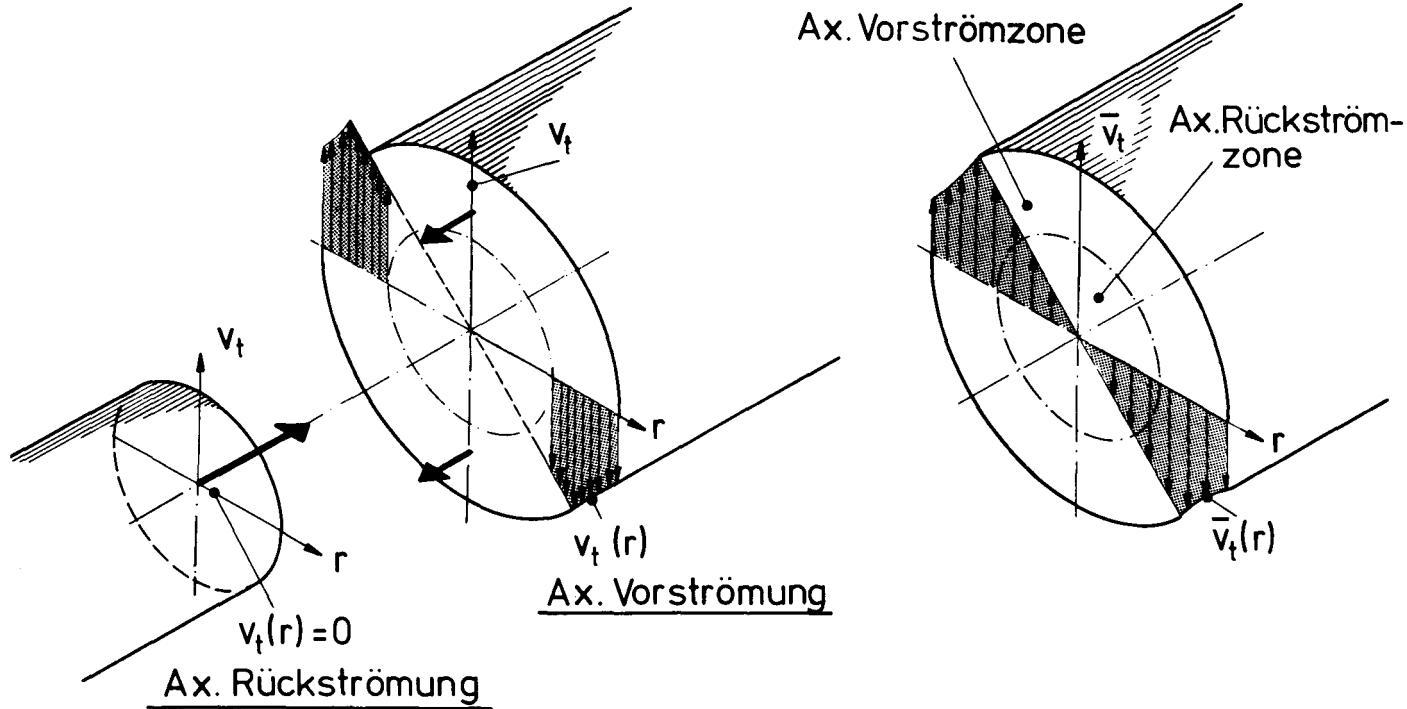
1. Der Drall der Strömung muß größer sein als der sogenannte kritische Drall, so daß neben einer axialen Vorströmung eine zentrale axiale Rückströmung entsteht.
2. Zur Erzeugung eines „Sprunges“ der Tangentialgeschwindigkeit und damit zur Erzeugung von Instabilitäten in Form von Wirbelfäden sollte die axiale Rückströmung am Austritt der Misch- oder Brennkammer möglichst unverdrallt auf die axiale Vorströmung treffen.





- $v_{HR}$  : Hauptrotationsgeschwindigkeit des Wirbelfadenmittelpunktes  
 $v_{ER}$  : Eigenrotationsgeschwindigkeit um den Wirbelfadenmittelpunkt  
 $r_{St}$  : Starrkörperradius des Wirbelfadens  
 $r_{Re}$  : Radius der Rückströmzone

Bild 3:  
Modellvorstellung über umlaufende Wirbelfäden



a) Drehgeschwindigkeitsprofile kurz vor dem Zusammentreffen von axialer Vor- und Rückströmung

b) gemessenes Drehgeschwindigkeitsprofil

Bild 4:  
Modellvorstellung über Drehgeschwindigkeitsverläufe vor (Bild 4 a) und nach (Bild 4 b)  
dem Zusammentreffen von axialer Vor- und Rückströmung

### Ansätze zur vereinfachten Berechnung von Wirbelfäden

Im folgenden sollen Ansätze zur vereinfachten Berechnung von Wirbelfäden in überkritischen Drallströmungen hergeleitet werden. Hierzu ist es jedoch sinnvoll, hinsichtlich der zeitlich mittleren Geschwindigkeitskomponenten, insbesondere der Verteilungen von Axial- und Tangentialgeschwindigkeiten im Bereich der Wirbelfadenentstehung, auf Meßwerte zurückzugreifen. Letzteres ist dadurch begründet, daß die Drallstärke und demnach auch die Verteilung der mittleren Geschwindigkeitskomponenten im Entstehungsbereich des Wirbelfadens (bei der Anordnung in Bild 1 ist dies der Bereich des Brennraumaustritts) von der jeweiligen geometrischen Gestaltung der Mischkammern und damit den verschiedenen hohen Drallverlusten zwischen Drallerzeuger und Entstehungsort der Wirbelfäden abhängen kann.

Weiterhin wird bei dem im folgenden beschriebenen mathematischen Modell vorausgesetzt, daß es sich, wie aufgrund eigener Untersuchungen an verschiedenen Geometrien festgestellt, nur um einen Wirbelfaden handelt. Zu der Frage, ob auch mehrere Wirbelfäden gleichzeitig auftreten können, wird auf spätere, derzeit noch andauernde, experimentelle und theoretische Untersuchungen verwiesen.

Nach den vorstehend dargestellten Ausführungen entsteht der Wirbelfaden infolge eines Tangentialgeschwindigkeitssprunges zwischen einer unverdrallten axialen Rück- und einer verdrallten axialen Vorströmung (siehe auch Bild 3). Dieser Geschwindigkeitsverteilung mit Tangentialgeschwindigkeitssprung, deren Entstehung zu Vergleichszwecken noch einmal in Bild 4a dargestellt ist, stehen gemessene Profile der zeitlich mittleren Drehgeschwindigkeiten gegenüber (Bild 4b<sup>3)</sup>), die keine Trennfläche zwischen axialer Vor- und Rückströmung erkennen lassen.

Aufgrund der Gegenüberstellung ist es denkbar, daß der infolge des zunächst vorhandenen Tangentialgeschwindigkeitssprunges (Bild 4a) entstandene Wirbelfaden im zeitlichen Mittel ein Drehgeschwindigkeitsprofil gemäß Bild 4b bewirkt<sup>4)</sup>.

Der Ablauf des Umbildungsvorganges zwischen Bild 4a und 4b stellt den Ausgangspunkt für das entwickelte mathematische Modell dar. Geht man davon aus, daß dieser Umbildungsvorgang reibungsfrei, d.h. unter Ausschluß dissipativer Effekte erfolgt und zudem Dichteänderungen sowie nichtkonservative Kräfte nicht auftreten, kann der von Helmholtz und Thomson aufgestellte 1. Wirbelsatz angesetzt werden [z.B. 12]:

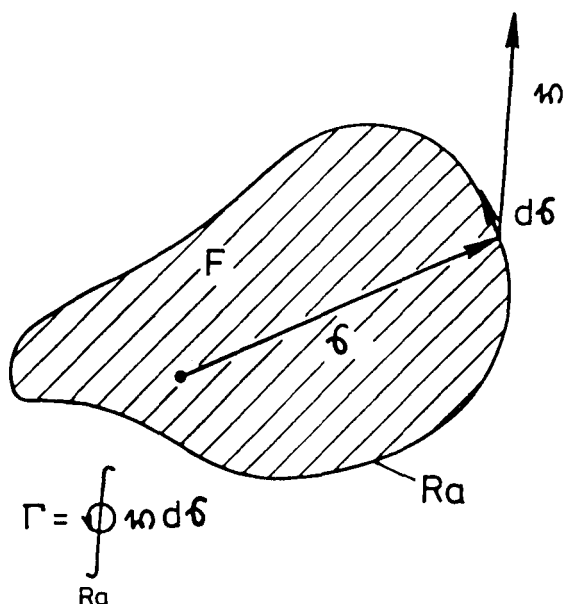
Die Zirkulation  $\Gamma$

$$\Gamma = \oint_{\gamma} \mathbf{u} \cdot d\mathbf{s} \quad (1)$$

<sup>3)</sup> Das Profil der zeitlich mittleren Tangentialgeschwindigkeit wird hier modellhaft als Rankineprofil dargestellt, was im Rahmen eines vereinfachten mathematischen Modells als zulässig erscheint. Gemessene Tangentialgeschwindigkeitsprofile finden sich beispielsweise in [10].

<sup>4)</sup> Dies läßt sich im übrigen nachprüfen, indem man die Momentangeschwindigkeitsverläufe der Strömung (siehe hierzu auch [7]) für einen umlaufenden Wirbelfaden gemäß Bild 3 zeitlich für verschiedene Orte mittelt. Es ergibt sich dann eine Drehgeschwindigkeitsverteilung, die näherungsweise der in Bild 4b entspricht.





$Ra$  : Randkurve  
 $v$  : Geschwindigkeitsvektor  
 $r$  : Ortsvektor

Bild 5:  
Zur Definition der Zirkulation

längs einer geschlossenen flüssigen Linie ist bei Vorhandensein eines konservativen Kräftefeldes in einem reibungslosen, inkompressiblen, homogenen Fluid konstant. (Zur Lage des Geschwindigkeitsvektors  $v$  und des Ortsvektors  $r$  siehe Bild 5.)

Demnach bleibt bei entsprechender Wahl der geschlossenen flüssigen Linie und unter Beachtung der genannten Voraussetzungen die Gesamtzirkulation des Systems in Bild 4a (Vorströmung verdreht, Rückströmung unverdreht) auch nach dem Zusammentreffen von Vor- und Rückströmung (zugehöriges Geschwindigkeitsprofil siehe Bild 4b) erhalten:<sup>5)</sup>

$$\Gamma_{4a} = \Gamma_{4b} \quad (2)$$

mit

Index 4a: ... gebildet mit dem in Bild 4a dargestellten Tangentialgeschwindigkeitsprofil  $v_t(r)$

<sup>5)</sup> Zusammenfassende Erläuterung der Formelzeichen am Schluß der Arbeit.

Index 4b: ... gebildet mit dem in Bild 4b dargestellten Tangentialgeschwindigkeitsprofil.

Es stellt sich nun die Frage, wie der „Umbildungsvorgang“ des in Bild 4a dargestellten Systems in das System aus Bild 4b vorstellbar ist.

Hierzu sei vorab angemerkt, daß die beim Zusammentreffen zweier Fluidströme mit unterschiedlicher Geschwindigkeit gebildete Unstetigkeits- oder Trennfläche häufig als „Wirbelschicht“ bezeichnet wird [10]. Der Begriff „Wirbelschicht“ rührt daher, daß man sich, wie in Bild 6 am Beispiel einer Translationsströmung gezeigt, den Geschwindigkeitssprung (Bild 6a) durch eine „Kette“ von Potentialwirbeln mit der Translationsgeschwindigkeit  $v_T$  ersetzt denken kann (Bild 6b). Der Abstand  $L$  der Potentialwirbel voneinander strebt gegen den Grenzwert Null. Eine solche Potentialwirbelkette erzeugt im zeitlichen Mittel einen Geschwindigkeitssprung gemäß Bild 6a.

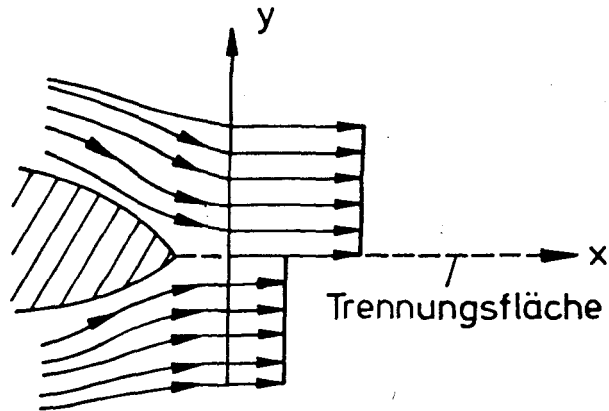
Diese Vorstellung läßt sich sinngemäß auch auf die hier betrachtete Drallströmung übertragen. Dazu wird zunächst von der in Bild 4b gezeigten Drehgeschwindigkeitsverteilung mit der Zirkulation  $\Gamma_{4b}$  ausgegangen. Denkt man sich die innerhalb der axialen Rückströme kontinuierlich verteilte Drehung (Zirkulation  $\Gamma_{\text{Rück}}$ ) auf der Grenzlinie zwischen axialer Vor- und Rückströmung als „Potentialwirbelkette“ im Sinne von Bild 6b zusammengezogen, so kann auf dieser Grenzlinie im zeitlichen Mittel ein Drehgeschwindigkeitssprung gemäß Bild 4a bzw. Bild 2 entstehen. Die Zirkulation der Potentialwirbelkette ist dann gleich der Zirkulation  $\Gamma_{\text{Rück}}$  der vorher in der axialen Rückströmzone kontinuierlich verteilten Drehung.<sup>6)</sup>

Wie bereits angedeutet, neigen die durch Geschwindigkeitssprünge gebildeten Trennflächen dazu, daß sich zufällige Ausbuchtungen schnell vergrößern. Gemäß Bild 7 können die Ausbuchtungen bzw. Wellen so stark anwachsen, daß ein Überschlagen der Wellen eintritt und sich schließlich einzelne diskrete Wirbel bilden.

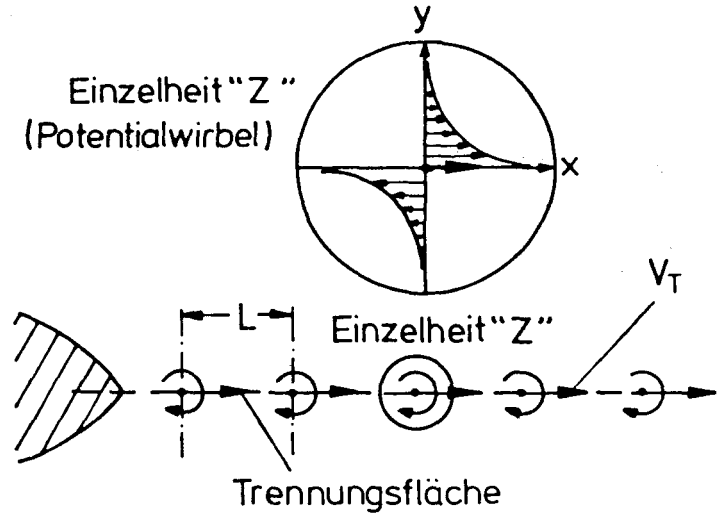
Man kann diese Instabilitäten von Trennflächen auch als Zerfall der Wirbelschicht oder Potentialwirbelkette, die diese Trennfläche (gedanklich) bildet, in einzelne Wirbel deuten. Demnach wird die Potentialwirbelkette mit der Zirkulation  $\Gamma_{\text{Rück}}$  in Einzelwirbel mit der Zirkulation  $\Gamma_{\text{EW}}$  (Index EW: Einzelwirbel) überführt.<sup>7)</sup>

<sup>6)</sup> Im Zusammenhang mit dieser Modellvorstellung danken die Verfasser Herrn Professor Dr.-Ing. K. Gersten, Institut für Thermo- und Fluidodynamik der Ruhruniversität Bochum, für eine vertiefende Diskussion.

<sup>7)</sup> Die Überführung bzw. der Zerfallsvorgang der Potentialwirbelkette in diskrete Wirbel wird hier als reibungsfrei angesehen. In Wirklichkeit ist dieser Zerfallsvorgang reibungsbehaftet, da sich, wie experimentell nachgewiesen, ein Rankinewirbel ausbildet, dessen Starrkörperanteil nur unter Reibungseinfluß entstanden sein kann. Da jedoch zur Berechnung des Wirbelfadens, wie schon angedeutet, von einem gemessenen Drehgeschwindigkeitsprofil ausgegangen wird (vereinfachte Darstellung in Bild 4b), das die Bewegung des Wirbelfadens im zeitlichen Mittel beinhaltet und deshalb die Reibungseinflüsse, die zur Bildung des Starrkörperanteils geführt haben, berücksichtigt, ist der Ansatz der Reibungsfreiheit für den beschriebenen Zerfallsvorgang gerechtfertigt.



a) Zusammenführung zweier  
Fluidströme unterschiedlicher  
Geschwindigkeit



$V_T$ : Translationsgeschwindigkeit  
der Potentialwirbel

b) Ersatzvorstellung für die in a)  
dargestellte Geschwindigkeitsver-  
teilung auf der Trennfläche.  
( $L \rightarrow 0$ )

Bild 6:

Zur Erläuterung der Begriffe Trennungsfläche und Wirbelschicht

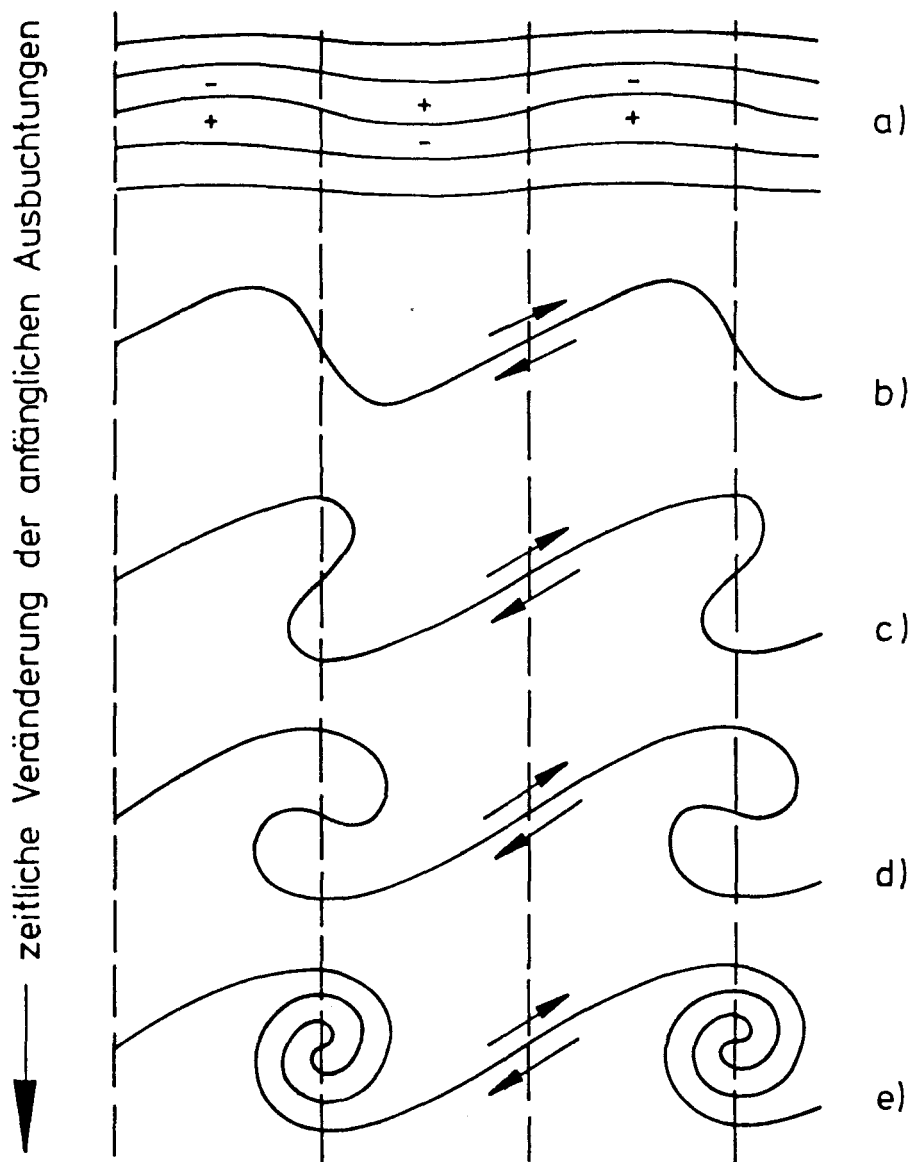


Bild 7:

*Labilität einer Trennungsfläche nach [11]*

- a) geringe (anfängliche) Welligkeit
- b) Vergrößerung der Welligkeit
- c) Überschlagen von Wellen
- d, e) Aufrollen von einzelnen Wirbeln

Wie oben angedeutet, soll hier ein derartiger Einzelwirbel bzw. Wirbelfaden angenommen werden:

$$\Gamma_{\text{Rück}} = \Gamma_{\text{EW}} = \Gamma_{\text{WF}} \quad (3)$$

mit

Index WF: Wirbelfaden,

so daß sich unter Verwendung von

$$\Gamma_{4b} = \Gamma_{\text{Vor}} + \Gamma_{\text{Rück}} \quad (4)$$

(Index Vor: Vorströmung)

der 1. Wirbelsatz (Gleichung (2)) zu

$$\Gamma_{4a} = \Gamma_{4b} = \Gamma_{\text{Vor}} + \Gamma_{\text{WF}} \quad (5)$$

ergibt.

Gemäß Bild 3 setzt sich die Bewegung des Wirbelfadens aus den Anteilen Hauptrotation (Index HR) des Wirbelfadenmittelpunktes um die Zyklonbrennkammerachse und Eigenrotation (Index ER) um den Wirbelfadenmittelpunkt zusammen, so daß auch die Zirkulation  $\Gamma_{\text{WF}}$  aus zwei Anteilen gebildet wird:

$$\Gamma_{\text{WF}} = \Gamma_{\text{ER}} + \Gamma_{\text{HR}} \quad (6)$$

bzw. mit Gleichung (3):

$$\Gamma_{\text{Rück}} = \Gamma_{\text{ER}} + \Gamma_{\text{HR}} \quad (7)$$

Zur Berechnung der in Gleichung (7) aufgeführten Größen wird auf die Definition der Zirkulation (Gleichung (1)) zurückgegriffen. Nach Bild 8 ergibt sich dann die Zirkulation  $\Gamma_{\text{Rück}}$  für die Tangentialgeschwindigkeitsverteilung

$$\vec{v}_t(r) = K \cdot r \quad (\text{Starrkörperwirbel}) \quad (8)$$

mit

$\bar{v}_t$  zeitlicher Mittelwert der Tangentialgeschwindigkeit

K Konstante

r Radius

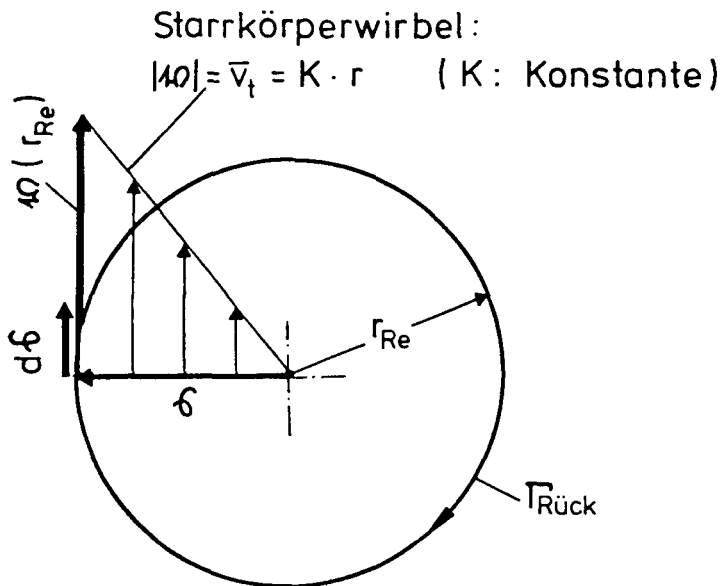
innerhalb der Rückströmzone (Radius  $r_{\text{Re}}$ ) zu:

$$\Gamma_{\text{Rück}} = 2 \cdot \pi \cdot K \cdot r_{\text{Re}}^2 \quad (9)$$

Die Zirkulation  $\Gamma_{\text{ER}}$  der Wirbelfadeneigenrotation kann, wie im folgenden erläutert, analog zu der in Bild 8 dargestellten Überlegung abgeleitet werden.

Gemäß Bild 3 läßt sich die Eigenrotationsbewegung des Wirbelfadens vereinfacht als Rankinewirbel darstellen. Da für die Zirkulation eines Rankinewirbels lediglich der Starrkörperanteil maßgeblich ist<sup>8)</sup>, ergibt sich  $\Gamma_{\text{ER}}$  aus Bild 8 bzw. Gleichung (9),

<sup>8)</sup> Die Zirkulation eines Rankinewirbels berechnet sich lediglich aus der Zirkulation seines Starrkörperwirbels:  $\Gamma_{\text{Rankine}} = \Gamma_{\text{Starrkörper}}$  [11, 12].



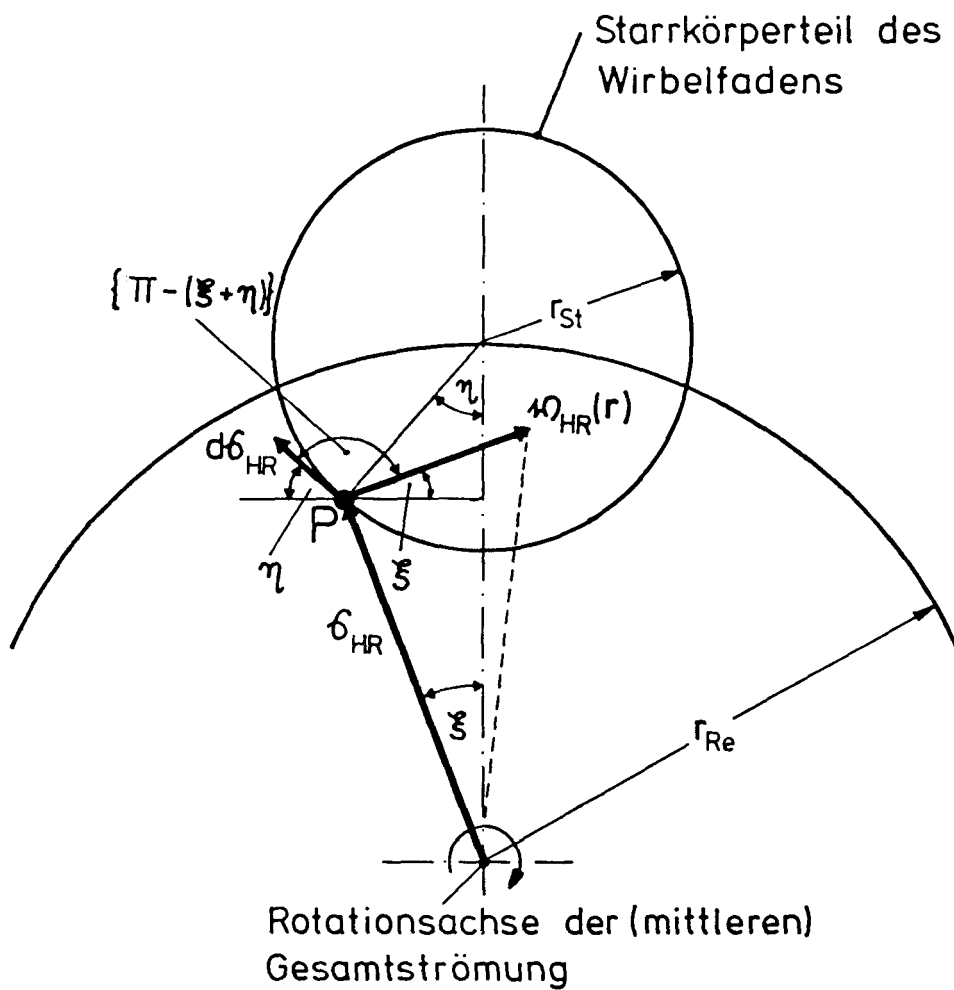
$$\Gamma_{\text{Rück}} = \oint \vec{v}_t d\delta$$

$$\oint \vec{v}_t d\delta = \oint \vec{v}_t \cdot ds \cdot \cos \varphi \quad (\varphi : \angle \vec{v}_t, d\delta)$$

Hier :  $\varphi = 0 \rightarrow$

$$\Gamma_{\text{Rück}} = \oint \vec{v}_t \cdot ds = \int_{s=0}^{s=2 \cdot \pi \cdot r_{\text{Re}}} \vec{v}_t(r_{\text{Re}}) \cdot ds = 2\pi \cdot K \cdot r_{\text{Re}}^2$$

Bild 8:  
Berechnung der Zirkulation in der Rückströmzone



$$\Gamma_{HR} = \int \phi_{HR} \cdot d\phi_{HR}$$

$$\Gamma_{HR} = - \int_{\eta=0}^{\eta=2 \cdot \pi} K_{HR} \cdot r \cdot \cos(\xi + \eta) \cdot ds_{HR}$$

*Bild 9:  
Zur Berechnung der Zirkulation der Wirbelfadenhauptrotation*

indem für  $K$  die Bezeichnung  $K_{ER}$  und für den Radius  $r_{Re}$  der Rezirkulationszone der Wirbelfadenstarrkörperradius  $r_{St}$  eingeführt wird:

$$\Gamma_{ER} = 2 \cdot \pi \cdot K_{ER} \cdot r_{St}^2 \quad (10)$$

Zur Berechnung der Zirkulation  $\Gamma_{HR}$  der Wirbelfadenhauptrotation soll vereinfachend angenommen werden, daß der Wirbelfaden, wie auch experimentell festgestellt worden ist [6, 10], im wesentlichen als Starrkörper rotiert. Somit kann sich die Berechnung der Größe  $\Gamma_{HR}$  auf die Fläche des Starrkörperwirbels beschränken. In Bild 9 sind die Vektoren  $\mathbf{v}_{HR}$  und  $d\mathbf{s}_{HR}$  zur Ermittlung des Ringintegrals

$$\Gamma_{HR} = \oint \mathbf{v}_{HR} \cdot d\mathbf{s}_{HR} \quad (11)$$

beispielhaft im Punkt P dargestellt. Geht man weiter davon aus, daß sich die Wirbelfadenstarrkörperfläche ihrerseits wie ein Starrkörper um die Rotationsachse der zeitlich (mittleren) Gesamtströmung bewegt, d. h. sich die Hauptrotationsgeschwindigkeit  $\mathbf{v}_{HR}$  durch die Funktion

$$\mathbf{v}_{HR}(\mathbf{r}) = K_{HR} \cdot \mathbf{r} \quad (12)$$

ausdrücken läßt, und führt die in Bild 9 eingezeichneten Winkel ein, erhält man für die Zirkulation  $\Gamma_{HR}$  die Beziehung

$$\Gamma_{HR} = - \int_{\eta=0}^{\eta=2 \cdot \pi} K_{HR} \cdot r \cdot \cos(\xi + \eta) \cdot ds_{HR} \quad (13)$$

Aus geometrischen Überlegungen folgt

$$\cos(\xi + \eta) = \frac{1}{r} (r_{Re} \cdot \cos \eta - r_{St}), \quad (14)$$

so daß sich mit

$$ds_{HR} = r_{St} \cdot d\eta \quad (15)$$

die Zirkulation  $\Gamma_{HR}$  zu

$$\Gamma_{HR} = 2 \cdot \pi \cdot K_{HR} \cdot r_{St}^2 \quad (16)$$

ergibt.

Zur weiteren Berechnung des Wirbelfadens ist es zunächst notwendig, die noch unbekannten Größen  $K$ ,  $K_{ER}$  und  $K_{HR}$  zu bestimmen. Wie oben dargestellt, handelt es sich bei allen drei Größen um Proportionalitätsfaktoren zur Beschreibung der Geschwindigkeitsverteilungen von Starrkörperwirbeln:

$$\mathbf{v}_t(\mathbf{r}) = K \cdot \mathbf{r} \quad (8)$$

$$\mathbf{v}_{ER}(r_{ER}) = K_{ER} \cdot r_{ER} \quad (17)$$

$$\mathbf{v}_{HR}(r_{HR}) = K_{HR} \cdot r_{HR} \quad (12)$$

Nach den einführenden Bemerkungen zu diesem Abschnitt werden die Profile der zeitlich mittleren Geschwindigkeitskomponenten am Brennraumaustritt, d. h. auch



$\bar{v}_t(r)$ , als bekannt vorausgesetzt, so daß  $K$  z. B. aus Meßwerten vorgegeben ist. Die Größe  $K_{ER}$  läßt sich aus einem experimentell gefundenen Zusammenhang berechnen. Damit ergibt sich die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{ER} = K_{ER}$  der Eigenrotation des Wirbelfadens etwa aus der mittleren Tangentialgeschwindigkeit  $\bar{v}_t(r_A)$  mit  $r_A = r_{Re} + r_{St}$  und dem Radius  $r_{St}$  des Wirbelfadenstarrkörpers:

$$K_{ER} = \omega_{ER} \approx \frac{\bar{v}_t(r_A)}{r_{St}} \quad (18)$$

Es wird daher näherungsweise angesetzt

$$K_{ER} = \frac{\bar{v}_t(r_A)}{r_{St}} = \frac{K \cdot (r_{St} + r_{Re})}{r_{St}} \quad (19)$$

Im übrigen sei angemerkt, daß diese zunächst experimentell begründete Vorstellung durchaus auch mit dem beschriebenen Entstehungsmodell des Wirbelfadens nach Bild 2 und Bild 7 in Zusammenhang gebracht werden kann. Sieht man den Wirbelfadenentstehungsprozeß in Form einer überschlagenden Welle (siehe Bild 7), die sich infolge einer Instabilität aus der Trennfläche in das axiale Rückströmgebiet hin ablöst, so entsteht gedanklich ein Drehmoment um die Achse, die am Ort der Ablösung in der Trennfläche zwischen der axialen Vor- und Rückströmung liegt. Damit wird die zunächst vorhandene Tangentialgeschwindigkeitskomponente infolge der instabilen Ablösung in die Eigenrotationsgeschwindigkeit des Wirbelfadens überführt. Aus dieser Überlegung heraus kann die obige Annahme und auch das experimentell gefundene Ergebnis über den Zusammenhang zwischen Eigenrotationsgeschwindigkeit des Wirbelfadens und zeitlich mittlerer Tangentialgeschwindigkeit erklärt werden.

Weiterhin ist aus Meßwerten bekannt [6, 10], daß die Hauptrotationsgeschwindigkeit  $v_{HR}(r)$  des Wirbelfadenstarrkörpers etwa mit der zeitlich mittleren Tangentialgeschwindigkeit  $\bar{v}_t$  übereinstimmt. Es kann daher näherungsweise geschrieben werden:

$$v_{HR}(r_{HR}) = \bar{v}_t(r) = K \cdot r \quad (20)$$

und

$$K_{HR} = K. \quad (20a)$$

Werden nun die berechneten Zirkulationsanteile aus Gleichung (9), Gleichung (10) und Gleichung (16) in Gleichung (7) unter Berücksichtigung der Gleichungen (19 bis 20) eingesetzt, ergibt sich eine quadratische Bestimmungsgleichung für den Radius  $r_{St}$  des Wirbelfadenstarrkörpers:

$$r_{St}^2 + (r_{Re} + r_{St}) \cdot r_{St} - r_{Re}^2 = 0 \quad (21)$$

woraus man die Beziehung

$$\text{erhält.} \quad r_{St} = \frac{1}{2} \cdot r_{Re}^9) \quad (22)$$

<sup>9)</sup> Bei der Vorgabe von zeitlich mittleren Geschwindigkeitsprofilen  $\bar{v}_t(r)$  und  $\bar{v}_a(r)$  ist auch der Radius  $r_{Re}$  der Rezirkulationszone anhand des Nulldurchganges der Axialgeschwindigkeitsverteilung ablesbar.

Mit Gleichung (22) sind die zur Beschreibung der Wirbelfadenausdehnung und -bewegung wesentlichen Größen

- a)  $r_{st}$  (Starrkörperradius des Wirbelfadens; er charakterisiert die Ausdehnung des Rankineprofils der Eigenrotationsbewegung)
  - b)  $K_{ER} = \omega_{ER}$  (Winkelgeschwindigkeit der Eigenrotationsbewegung)
  - c)  $K_{HR} = \omega_{HR}$  (Winkelgeschwindigkeit der Hauptrotationsbewegung)
- bekannt.

### Vergleich mit Meßwerten<sup>10)</sup>

Bild 10 zeigt den Vergleich zwischen direkt gemessenen und sich aus der Gleichung (22) ergebenden Starrkörperradien des Wirbelfadens. Man erhält in Abhängigkeit vom Drall der Strömung (charakterisiert durch den Drallgrad  $\delta$ ) eine ausreichende Übereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Werten, so daß davon ausgegangen werden kann, daß das hier beschriebene mathematische Modell zur Entstehung des Wirbelfadens eine brauchbare Näherung darstellt.

Da der berechnete Radius  $r_{st}$  des Wirbelfadenstarrkörperteils mit den Meßergebnissen übereinstimmt, ist auch zu erwarten, daß die Winkelgeschwindigkeit der Eigenrotation ( $\omega_{ER}$  nach Gleichung (18)) nur unwesentlich von den aus Messungen ermittelten Werten abweicht. In Bild 11 sind die Verhältnisse

$$\left(\frac{\omega_{ER}}{\omega_{HR}}\right)_{\text{gemessen}} \quad \text{und} \quad \left(\frac{\omega_{ER}}{\omega_{HR}}\right)_{\text{berechnet}}$$

der Winkelgeschwindigkeiten aus Eigen- und Hauptrotation gegenübergestellt. Die Abweichung zwischen beiden ist erwartungsgemäß gering.

Abschließend sei angemerkt, daß die in Gleichung (22) dargestellte direkte Abhängigkeit des Wirbelfadenstarrkörperradius von der Größe der Rückströmzone (Radius  $r_{re}$ ) physikalisch erklärlich ist, weil mit steigender Größe der Rezirkulationszone auch die Fläche der unverdrallten Rückströmung wächst. Da der Wirbelfaden nach der vorstehend beschriebenen Modellvorstellung bestrebt ist, den hohen Tangentialgeschwindigkeitsgradienten beim Zusammentreffen von unverdrallter Rück- und vorverdrallter Vorströmung im zeitlichen Mittel auszugleichen (Bild 4b), ist es plausibel, daß auch sein Haupteinflußbereich, d. h. sein Starrkörperteil, mit der Größe der Rückströmzone wächst.

### Hinweise zur konstruktiven Gestaltung von Mischkammern mit Wirbelfäden

Bei den bisher betrachteten geometrischen Verhältnissen ist vorausgesetzt worden, daß der Fluidmassenstrom am Austritt der Misch- bzw. Brennkammer in einen nahezu unendlich großen Raum ausströmt (siehe Bild 1). Wie bereits angedeutet,

<sup>10)</sup> Eine ausführliche Zusammenstellung der hier verwendeten Meßwerte findet sich in [10].

führt diese sehr große Querschnittserweiterung dazu, daß die verdrahten axialen Vorströmungsgase am Brennräumeustritt radial nach außen bewegt werden. Die aus der Umgebung angesaugte axiale Rückströmung kann daher infolge des unterbleibenden tangentialen Impulsaustausches mit der Vorströmung nahezu unverdrallt in den Brennraum eintreten, so daß der für die Wirbelfadenausbildung entscheidende „Tangentialgeschwindigkeitssprung“ nach Bild 2 entsteht. Da eine „unendlich große“ Querschnittserweiterung in der Praxis häufig nicht realisiert werden kann, stellt sich die Frage, welche minimale Durchmessererweiterung vom ursprünglichen Durchmesser  $d_1$  der Mischkammer auf den Anschlußdurchmesser  $d_2$  noch zulässig ist, ohne

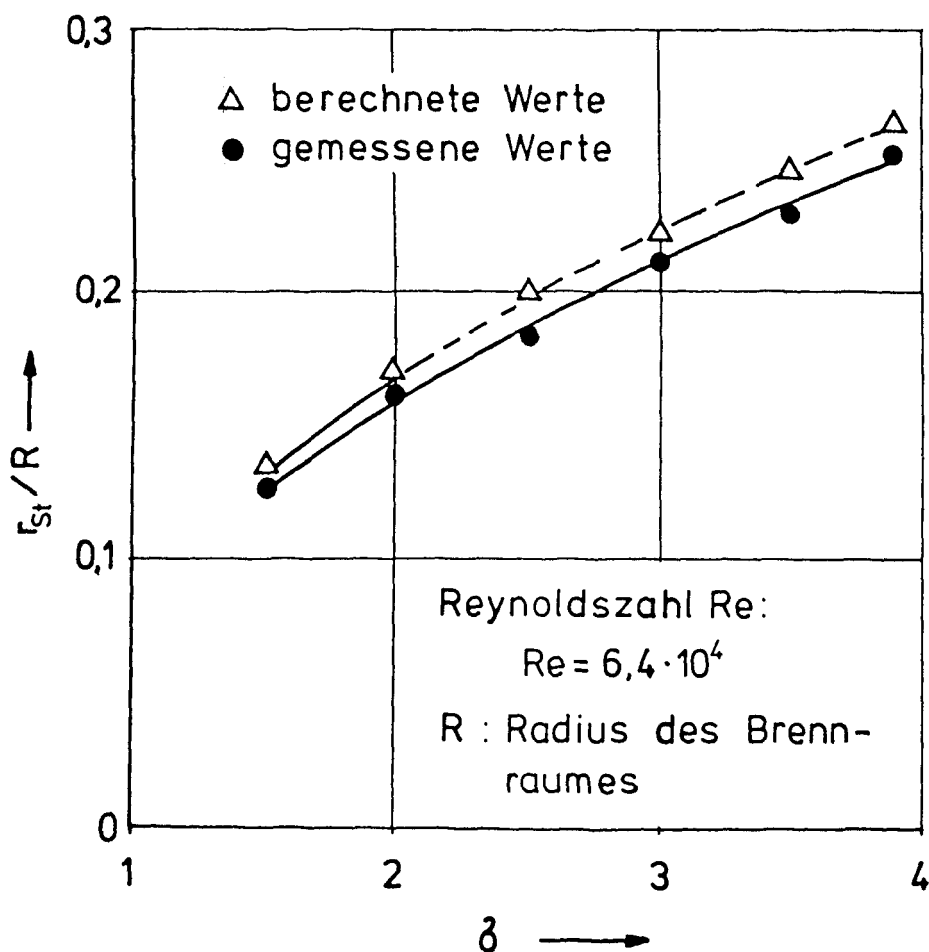


Bild 10:  
 Vergleich zwischen berechneten und gemessenen Starrkörperadien  $r_{st}$   
 des Wirbelfadens in Abhängigkeit vom Drallgrad  $\delta$  nach [10]

daß sich ein merklicher tangentialer Impulsaustausch zwischen Vor- und Rückströmung bereits vor Eintritt der axialen Rückströmung in den Brennraum vollzieht, so daß die ursprüngliche Größe des „Tangentialgeschwindigkeitssprunges“ erhalten und damit die Ausdehnung und Bewegungsintensität des Wirbelfadens nahezu unverändert bleibt.

Um Anhaltswerte zur Beantwortung dieser Frage zu erhalten, soll im folgenden das bereits erläuterte mathematische Modell angewendet werden.

Dazu ist es zunächst notwendig, Voraussetzungen bezüglich der Profile der mittleren Tangentialgeschwindigkeiten in der ursprünglichen Mischkammer (Bild 12, Durchmesser  $d_1$ ) und im anschließenden zylindrischen Schuß (Durchmesser  $d_2$ ) zu treffen. Gemäß Bild 12 wird die mittlere Drehgeschwindigkeitsverteilung in beiden zylindrischen Räumen als Rankineprofil angenommen:

$$\bar{v}_{t1}(r) = K_1 \cdot r \text{ für } 0 < r \leq r_{\text{StG1}} \quad (23)$$

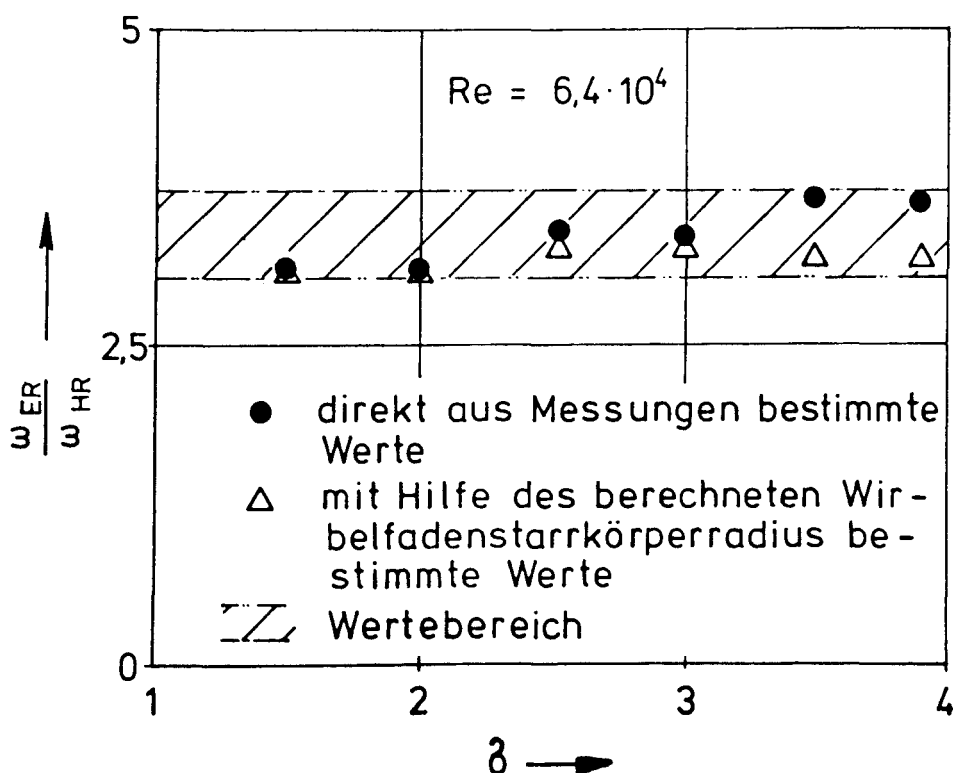


Bild 11:

Verhältnis von Eigen- zu Hauptrotation des Wirbelfadens im Vergleich zu berechneten Werten nach [10]

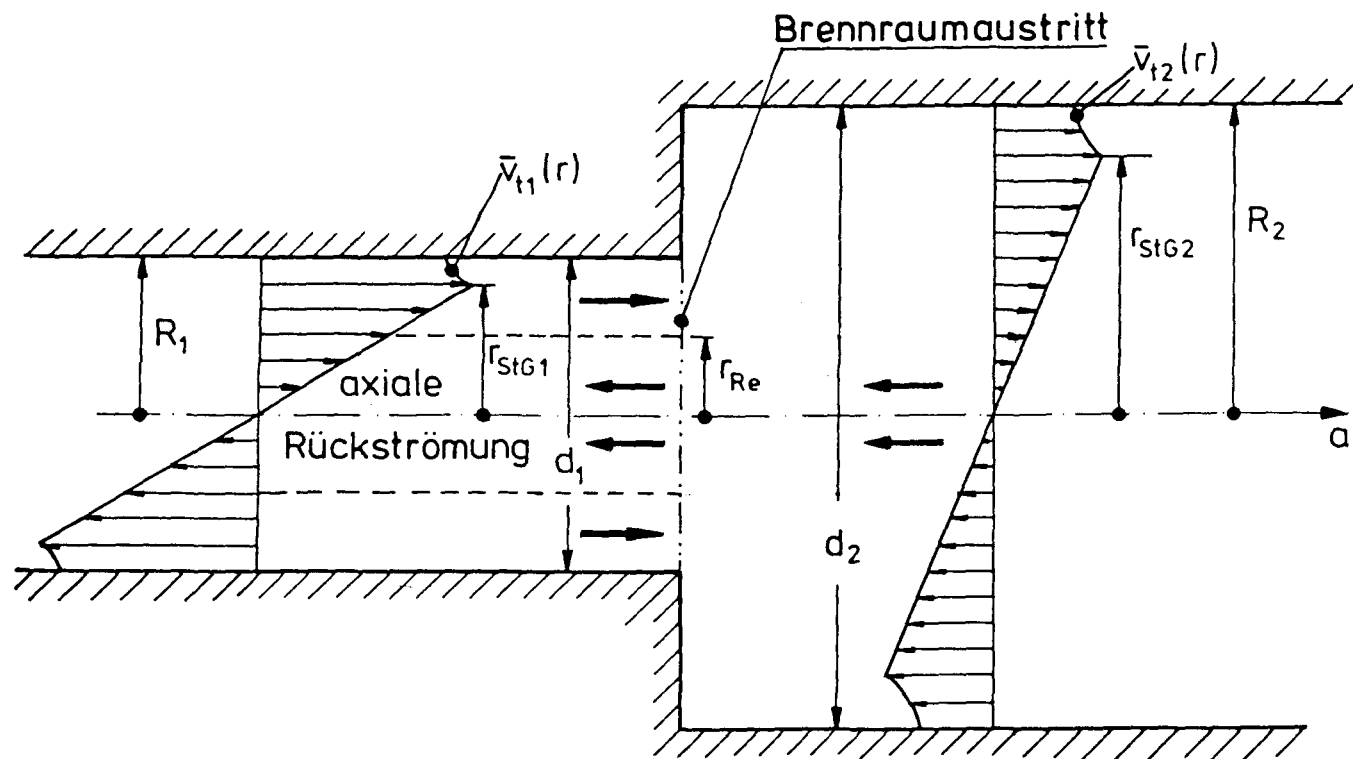


Bild 12:  
Vereinfachte Darstellung der Tangentialgeschwindigkeitsprofile im Brennraum (Durchmesser:  $d_1$ )  
und im anschließenden zylindrischen Schuß (Durchmesser:  $d_2$ )

$$\bar{v}_{t1}(r) = \frac{K_1}{r} \cdot r_{StG1}^2 \quad \text{für } r_{StG1} < r < R_1 \quad (24)$$

und

$$\bar{v}_{t2}(r) = K_2 \cdot r \quad \text{für } 0 < r \leq r_{StG2} \quad (25)$$

$$\bar{v}_{t2}(r) = \frac{K_2}{r} \cdot r_{StG2}^2 \quad \text{für } r_{StG2} < r < R_2 \quad (26)$$

mit

$K_i$       Konstante ( $i = 1, 2$ )

$r_{StG}$      Radius des **Starrkörperteiles** der (mittleren) Grundströmung (hier: mittlere Tangentialgeschwindigkeit).

Weiterhin soll vorausgesetzt werden, daß die Größe des Starrkörperwirbels der Grundströmung im Verhältnis zur Größe des jeweiligen zylindrischen Schusses unverändert bleibt:

$$\frac{r_{StG1}}{R_1} = \frac{r_{StG2}}{R_2} \quad (27)$$

( $R_1$  und  $R_2$  nach Bild 12).

(Diese Annahme ist, wie experimentelle Untersuchungen der Tangentialgeschwindigkeitsverteilungen bei den Verhältnissen

$$\varepsilon = \frac{d_2}{d_1} = \frac{R_2}{R_1} = 1,2; 1,4; 2,5$$

gezeigt haben, in erster Näherung gerechtfertigt).

Betrachtet man den in Bild 12 dargestellten Übergang vom Drehgeschwindigkeitsprofil  $\bar{v}_{t1}(r)$  zur Geschwindigkeitsverteilung  $\bar{v}_{t2}(r)$  als nahezu reibungsfrei, kann vereinfacht geschrieben werden

$$\dot{D}_a(\bar{v}_{t1}(r)) = \dot{D}_a(\bar{v}_{t2}(r)) \quad (28)$$

mit

$\dot{D}(\bar{v}_t(r))$  Drallstrom, gebildet mit dem Tangentialgeschwindigkeitsprofil  $\bar{v}_t(r)$

Index a    Bezugsachse der Drehbewegung, hier: axiale Richtung.

Der Drallstrom  $\dot{D}_a$  berechnet sich zu

$$\dot{D}_a = \int_{r=0}^{r=R} r \cdot \bar{v}_t(r) \cdot d\dot{m} \quad (29)$$

wobei

$$d\dot{m} = 2 \cdot \pi \cdot \bar{v}_a(r) \cdot \varrho \cdot r \cdot dr \quad (29a)$$

( $\bar{v}_a(r)$ : (mit dem Radius  $r$  veränderliche) Axialgeschwindigkeit

$\varrho$ : Dichte des Strömungsmediums).

Berechnungen des Drallstromes  $\dot{D}_a$  mit in überkritischen Drehströmen gemessenen Tangentialgeschwindigkeitsprofilen  $\bar{v}_t(r)$  und Axialgeschwindigkeitsprofilen  $\bar{v}_a(r)$

(siehe hierzu [10]) haben gezeigt, daß anstelle von Gleichung (29) näherungsweise angesetzt werden kann:

$$\dot{D}_a = 2 \cdot \pi \cdot \varrho \cdot \bar{v}_a \cdot \int_0^R \bar{v}_t(r) \cdot r^2 \cdot dr^{11)} \quad (30)$$

mit

$$\bar{v}_a = \frac{\dot{m}}{\pi R^2 \cdot \varrho} \quad (30a)$$

Ausgehend von Gleichung (28) erhält man unter Berücksichtigung der Gleichungen (23 bis 26) sowie Gleichung (30) eine Beziehung zwischen den Konstanten  $K_1$  und  $K_2$ :

$$K_2 = K_1 \cdot \frac{R_2^2}{R_1^2} \cdot \left\{ \frac{2 \cdot r_{StG1}^2 \cdot R_1^2 - r_{StG1}^4}{2 \cdot r_{StG2}^2 \cdot R_2^2 - r_{StG2}^4} \right\} \quad (31)$$

bzw. nach Einsetzen von Gleichung (27):

$$K_2 = K_1 \cdot \left\{ \frac{R_1}{R_2} \right\}^2 \quad (32)$$

Mit Hilfe von Gleichung (32) läßt sich ausgehend von einem bekannten mittleren Tangentialgeschwindigkeitsprofil  $\bar{v}_{t1}(r)$  nach Gleichung (23, 24) die durch Gleichung (25, 26) beschriebene Drehgeschwindigkeitsverteilung  $\bar{v}_{t2}(r)$  im erweiterten zylindrischen Schuß bestimmen.

Zur Berechnung der Wirbelfadenbewegung und -ausdehnung für eine endliche Querschnittserweiterung nach Bild 12 wird nun modellvorstellungsmäßig angenommen, daß gemäß Bild 13 die axiale Rückströmung im ersten Moment des Zusammentreffens mit der axialen Vorströmung am Brennraumaustritt nicht mehr unverdrallt (Bild 13, links), sondern bereits „vorverdrallt“ (Bild 13, rechts) in den Brennraum eintritt. Die Stärke dieser Vorverdrallung der Rückströmung soll durch das Drehgeschwindigkeitsprofil  $\bar{v}_{t2}$  ( $0 < r < r_{Re}$ ) bestimmt sein (Bild 13, rechts). Letzteres bedeutet, daß der beim Zusammentreffen von axialer Vor- und Rückströmung entstehende „Tangentialgeschwindigkeitssprung“  $\Delta v_t$  ausgehend von

$$\Delta v_t = 0 \text{ für } \frac{d_2}{d_1} = 1$$

mit steigendem Verhältnis  $\frac{d_2}{d_1}$  anwächst und schließlich für  $\frac{d_2}{d_1} \rightarrow \infty$  seinen Maximalwert erreicht, d.h. die axiale Rückströmung unverdrallt in den Brennraum eintritt (Bild 13, links). Für den letztgenannten Fall ist in Gleichung (3) angesetzt worden:

$$\Gamma_{\text{Rück}} = \Gamma_{\text{WF}} \quad (3)$$

<sup>11)</sup> Die Abweichung der nach Gleichung (30) berechneten Drallströme liegt nur um maximal +9 bis -5 Prozent neben den Werten, die sich nach Gleichung (29) ergeben. Da es sich hier um eine Abschätzung für die praktische Anwendung handelt, wird Gleichung (30) weiter verwendet.

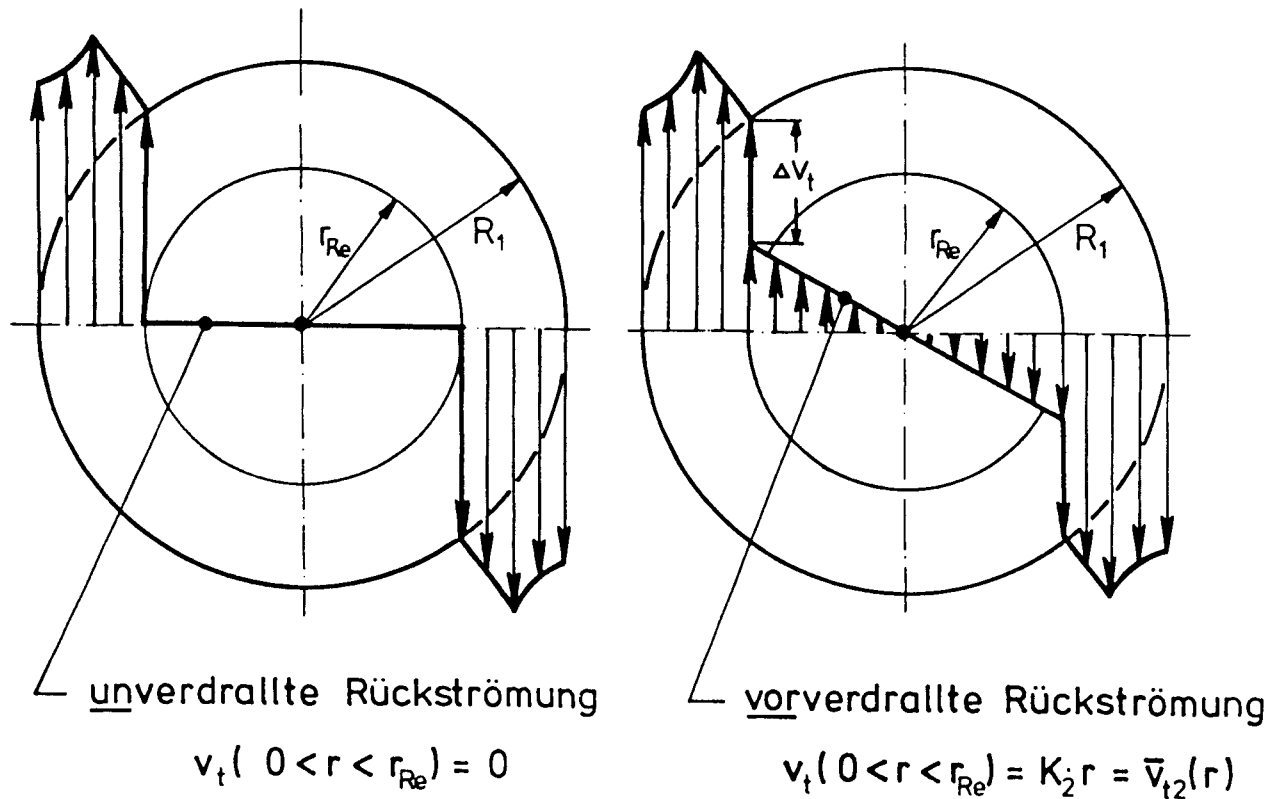
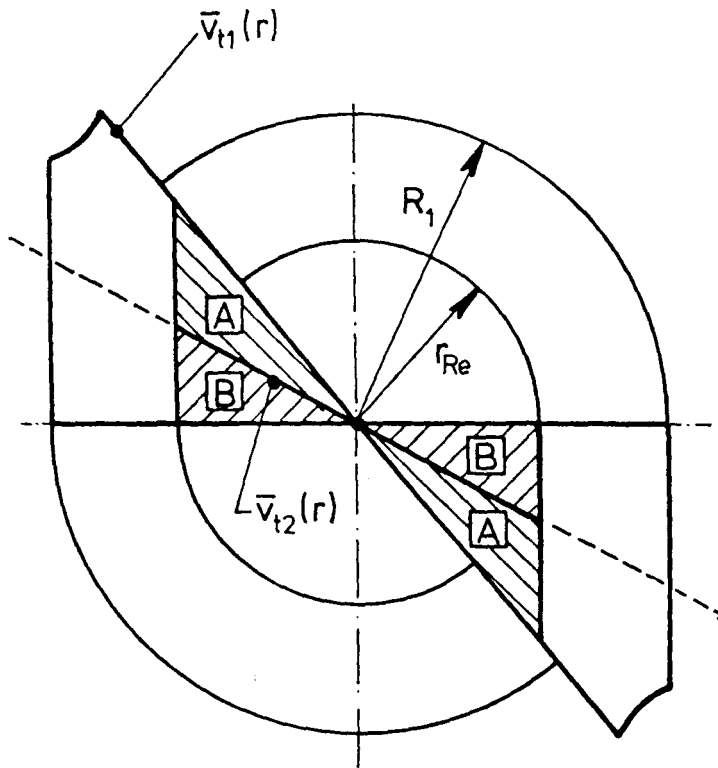


Bild 13:

Gegenüberstellung der Tangentialgeschwindigkeitsprofile vor dem Zusammentreffen von axialer Vor- und Rückströmung bei unverdrallter Rückströmung (links) und teilweise vorverdrallter Rückströmung (rechts)





- A+B** : In der Rückströmzone insgesamt verteilte Drehung ( $\Gamma_{\text{Rück1}}$ )
- B** : In der Rückströmzone infolge Vorverdrallung verteilte Drehung ( $\Gamma_{\text{Rück2}}$ )
- A** : Restliche Drehung innerhalb der Rückströmzone ( $\Gamma_{\text{Rück}}^* = \Gamma_{\text{Rück1}} - \Gamma_{\text{Rück2}}$ )

Bild 14:

Zur Bestimmung der Zirkulation des Wirbelfadens bei teilweise vorverdrallter Rückströmung

d.h., daß die gemäß Bild 4b kontinuierlich in der Rückströmzone verteilte Drehung in die eines Wirbelfadens überführt wird. Gelangt nun die Rückströmung bereits vorverdrallt in den Brennraum, so ist es denkbar, daß nur noch ein Teil der Zirkulation  $\Gamma_{\text{Rück}}$  in den Wirbelfaden übergeht, da jetzt der für die Wirbelfadenentstehung maßgebliche Sprung  $\Delta v_t$  (Bild 13) der Tangentialgeschwindigkeit nur noch verkleinert auftritt. Anknüpfend an die eingangs erläuterten Überlegungen zur Wirbelfadenentstehung ist ein verkleinerter Sprung der Tangentialgeschwindigkeit jedoch gleichbedeutend mit einer Verringerung der Zirkulation der (gedanklich gebildeten) Potentialwirbelkette (siehe auch Bild 6) auf dem Radius der Rezirkulationszone, die diesen Sprung erzeugt. Gemäß der Darstellung in Bild 14 steht bei „vorverdrallter“ Rückströmung lediglich die Zirkulation  $\Gamma_{\text{Rück}}^*$

$$\Gamma_{\text{Rück}}^* = \Gamma_{\text{Rück1}} - \Gamma_{\text{Rück2}} \quad (33)$$

zur Bildung des (verkleinerten) Tangentialgeschwindigkeitssprunges durch eine Potentialwirbelkette zur Verfügung. (Die Indices 1 und 2 in Gleichung (33) beziehen sich auf die zugehörigen Tangentialgeschwindigkeitsprofile  $\bar{v}_{t1}(r)$  und  $\bar{v}_{t2}(r)$ ).

Nach der vorher beschriebenen Modellvorstellung neigt die gedanklich auf dem Radius der Rezirkulationszone zusammengezogene Wirbelschicht leicht zum Zerfall in diskrete Einzelwirbel.

Geht man von der Reibungsfreiheit des Zerfallvorganges aus und nimmt wie bisher an, daß ein diskreter Einzelwirbel bzw. Wirbelfaden entsteht, kann geschrieben werden

$$\Gamma_{\text{Rück}}^* = \Gamma_{\text{WF}} \quad (34)$$

oder mit Gleichung (33) und unter Berücksichtigung der Bewegungsanteile des Wirbelfadens:

$$\Gamma_{\text{Rück1}} - \Gamma_{\text{Rück2}} = \Gamma_{\text{ER}}^* + \Gamma_{\text{HR}}^* \quad (35)$$

wobei der Kopfzeiger „\*“ darauf hindeutet, daß eine „endliche“ Querschnittserweiterung am Brennräumeustritt (Durchmesserverhältnis

$$\varepsilon = \frac{d_2}{d_1})$$

betrachtet wird und daher Veränderungen der Größen

- Eigenrotationsbewegung ( $K_{\text{ER}}^*$ ) und
- Ausdehnung (charakterisiert durch  $r_{\text{St}}^*$ ) des Wirbelfadens

zu erwarten sind.

Die in Gleichung (35) auftretenden Zirkulationsanteile ergeben sich analog zu den Gleichungen (9, 10, 16), indem man die entsprechenden Werte für  $K$  einsetzt:

$$\Gamma_{\text{Rück1}} = 2 \cdot \pi \cdot K_1 \cdot r_{\text{Re}}^2 \quad (36)$$

$$\Gamma_{\text{Rück2}} = 2 \cdot \pi \cdot K_2 \cdot r_{\text{Re}}^2 \quad (37)$$

$$\Gamma_{\text{ER}}^* = 2 \cdot \pi \cdot K_{\text{ER}}^* \cdot r_{\text{St}}^{*2} \quad (38)$$

$$\Gamma_{HR}^* = 2 \cdot \pi \cdot K_{HR}^* \cdot r_{St}^{*2} \quad (39)$$

Zur Berechnung des Wirbelfadens mittels der Gleichungen (35 bis 39) sowie Gleichung (32) sind bei Vorgabe des mittleren Tangentialgeschwindigkeitsprofils  $\bar{v}_{t1}(r)$  (bzw.  $K_1$ ) am Brennräumeustritt noch die Größen  $K_{ER}^*$  und  $K_{HR}^*$  zu bestimmen.

Hinsichtlich der Hauptrotation des Wirbelfadens kann, wie im übrigen experimentell für verschiedene Durchmesserhältnisse  $\epsilon$  überprüft, mit guter Näherung angenommen werden:

$$K_{HR}^* = K_{HR} = K_1 \quad (40)$$

Im Falle der Eigenrotationsbewegung wird auf die bereits erläuterte Modellvorstellung zur Wirbelfadenentstehung zurückgegriffen. Interpretiert man den Wirbelfaden als sich überschlagende Welle (siehe auch Bild 7), die sich aus der axialen Vorströmung in die jetzt teilweise vorverdralte axiale Rückströmung hin ablöst, kann anlehnend an die Überlegungen zu Gleichung (19) für den Antrieb der Eigenrotationsbewegung die Geschwindigkeitsdifferenz

$$\bar{v}_{t1}(r_{Re} + r_{St}^*) - \bar{v}_{t2}(r_{Re})$$

angesehen werden, so daß sich die Größe  $K_{ER}^*$  zu

$$K_{ER}^* = \frac{\bar{v}_{t1}(r_{Re} + r_{St}^*) - \bar{v}_{t2}(r_{Re})^{12)}}{r_{St}^*} \quad (41)$$

bzw.

$$K_{ER}^* = \frac{K_1 \cdot (r_{Re} + r_{St}^*) - K_2 \cdot r_{Re}}{r_{St}^*} \quad (42)$$

berechnet.

Ausgehend von Gleichung (35) ergibt sich nach Einsetzen der Gleichungen (36 bis 39) sowie Gleichung (40 und 42) eine Bestimmungsgleichung für den Starrkörperradius  $r_{St}^*$  des Wirbelfadens in Abhängigkeit vom Durchmesserhältnis  $\epsilon$  der Querschnittserweiterung

$$\left. \begin{aligned} r_{St}^* &= -\frac{1}{4} \cdot r_{Re} \cdot \left(1 - \frac{1}{\epsilon^2}\right) \\ &(\pm) r_{Re} \cdot \sqrt{\frac{1}{16} \cdot \left(1 - \frac{1}{\epsilon^2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\epsilon^2}\right)} \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Dividiert man Gleichung (43) durch den Radius der Rezirkulationszone und berücksichtigt weiterhin, daß der Wirbelfadenstarrkörperradius  $r_{St}$  nach Gleichung (22) bei

<sup>12)</sup> Für den Fall der vollkommen unverdrallten axialen Rückströmung (das Durchmesserhältnis  $\epsilon$  wird unendlich groß) ist  $\bar{v}_{t2}(r) = 0$ , so daß sich aus Gleichung (41) unmittelbar Gleichung (19) ergibt.

unverdrallter Rückströmung lediglich eine Funktion der Ausdehnung der Rückströmzone ist, erhält man die dimensionslose Darstellung von Gleichung (43):

$$\left. \begin{aligned} \frac{r_{St}^*}{r_{St}} &= -\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2}\right) \\ (\pm) 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{16} \cdot \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

Hierin stellt  $r_{St}$  den maximal möglichen Starrkörperradius des Wirbelfadens dar, so daß das Verhältnis

$$\Phi = \frac{r_{St}^*}{r_{St}} \quad (45)$$

zwischen den Grenzwerten

$$0 \leq \Phi \leq 1$$

variiert.

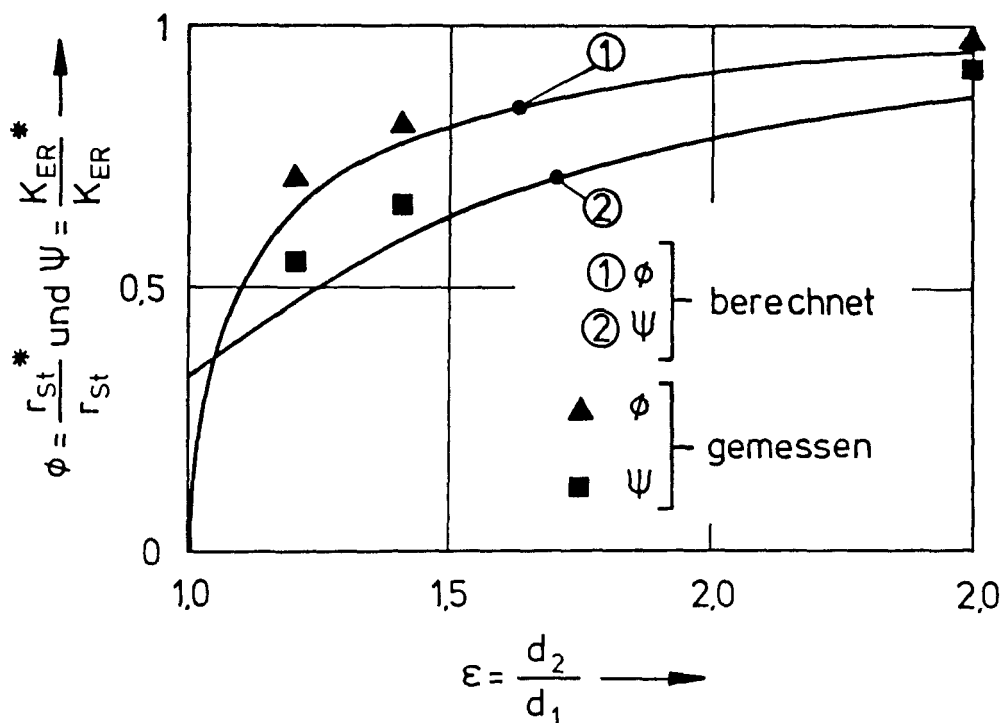


Bild 15:

Abhängigkeit des dimensionslosen Wirbelfadenstarrkörperradius  $\psi$  sowie der dimensionslosen Wirbelfadeneigenrotationswinkelgeschwindigkeit  $\Phi$  vom Durchmesser Verhältnis  $\varepsilon$  der Querschnittserweiterung

Analog ergibt sich für das Verhältnis

$$\psi = \frac{K_{ER}^*}{K_{ER}} \quad (46)$$

der Winkelgeschwindigkeiten der Eigenrotationsbewegung die Beziehung

$$\psi = \frac{2}{3} \cdot \Phi \cdot \left(1 - \frac{1}{\epsilon^2}\right) + \frac{1}{3}. \quad (47)$$

Bild 15 zeigt die Abhängigkeit der vorstehend abgeleiteten Größen  $\Phi$  und  $\psi$  vom Durchmesser Verhältnis  $\epsilon$ . In diese Darstellung sind Meßwerte der Wirbelfaden ausdehnung und Bewegung für einige Durchmessererweiterungen eingetragen worden. Ein Vergleich zwischen theoretisch berechneten und Meßwerten ergibt ausreichend gute Übereinstimmung, so daß die theoretisch abgeleiteten Zusammenhänge eine verhältnismäßig zuverlässige Abschätzung der Wirbelfadenbewegung und Ausdehnung ermöglichen.

Abschließend kann aus der Darstellung in Bild 15 ein überschlägiger Richtwert für die Dimensionierung einer Querschnittserweiterung zur Erzeugung von Wirbelfäden abgeleitet werden. Der Verlauf der Funktion  $\Phi(\epsilon)$  bzw.  $\psi(\epsilon)$  liegt für Werte  $\epsilon > 2,0$  schon relativ nahe am Maximalwert  $\Phi(\epsilon) = \psi(\epsilon) = 1$ , so daß zur Erzeugung von Wirbelfäden mit fast maximaler Ausdehnung und Bewegungsintensität in praxi eine Durchmessererweiterung im Bereich

$$2,0 < \epsilon = \frac{d_2}{d_1} < 2,5$$

ausreichen dürfte.

### Zusammenfassung

Zur Steigerung der Leistung von Mischkammern ist es sinnvoll, innerhalb des Mischsystems eine möglichst intensive freie Turbulenz zu erzeugen. In diesem Zusammenhang sind sogenannte „umlaufende Wirbelfäden“ in überkritischen Drallströmungen zu nennen, die aufgrund ihrer Bewegung einen erheblichen Beitrag zur Mischleistung eines Systems liefern können.

Ausgehend von der qualitativen Erläuterung der Entstehung eines Wirbelfadens ist in dieser Arbeit ein vereinfachtes mathematisches Modell zu dessen Berechnung entwickelt worden. Hierbei wird unter Voraussetzung der Verteilungen von zeitlich gemittelten Axial- und Tangentialgeschwindigkeiten der 1. Wirbelsatz der Strömungsdynamik angewendet, so daß die vorher qualitativ erläuterte Modellvorstellung zur Entstehung des Wirbelfadens mathematisch beschrieben werden kann. Die Ergebnisse dieser theoretischen Berechnungen stimmen gut mit Meßwerten überein. Da die Entstehungsbedingungen für einen Wirbelfaden eine möglichst große Querschnittserweiterung am Austritt der Mischkammer fordern, wird schließlich die Frage gestellt, wie groß diese Querschnittserweiterung minimal sein darf, ohne daß eine deutliche Verminderung der Bewegung und Ausdehnung des Wirbelfadens eintritt.

Die Anwendung des entwickelten mathematischen Modells auf diese Fragestellung ergibt in Übereinstimmung mit Meßwerten, daß zur Erzeugung eines Wirbelfadens mit nahezu maximaler Ausdehnung und Bewegungsintensität in praxi eine Durchmessererweiterung  $\varepsilon$  im Bereich

$$2,0 < \varepsilon < 2,5$$

ausreichen dürfte.

### Schrifttumsverzeichnis

- [1] R. GÜNTHER: Verbrennung und Feuerungen. Springer-Verlag 1974.
- [2] W. A. STEIN, M. TRAUTMANN: Begasen und Mischen von Flüssigkeiten in einem neuen Umlaufreaktor mit mechanischer Rührung. Verfahrenstechnik 13 (1979), Nr. 9, September.
- [3] F. P. FLEISCHMANN: Neuentwickelte Mischgeräte zur Erzielung freier Turbulenz. Chemie Anlagen Verfahren (1972), Januar, 39/43.
- [4] O. CARLOWITZ, R. JESCHAR: Zur Entstehung, Beeinflussung und Wirkungsweise von Wirbelfäden in Zyklonbrennkammern. VDI-Berichte 346, 1979.
- [5] A. K. GUPTA: Combustion instabilities in swirling flames. gas-wärme-international 28 (1979), Heft 1, Januar.
- [6] J. JACOBS: Turbulente Mischung in Zyklonbrennkammern. Dissertation TH Karlsruhe, 1974.
- [7] O. CARLOWITZ, R. SCHOLZ, R. JESCHAR: Modellvorstellungen über die Wirkungsweise von Wirbelfäden zur Erhöhung der Verbrennungsdichte in einer Zyklonbrennkammer. Chemie-Ing.-Techn. 50 (1978), No. 9, September.
- [8] N. SYRED und J. M. BEÉR: Die Dämpfung der Präzession des Wirbelkerns bei der Verbrennung in einer Wirbelkammer. VDI-Berichte 179 (1972).
- [9] J. KRÜGER: Über Drehmoment und Schub bei Freistrahlen im Hinblick auf Flammen mit Drall. Dissertation TU Braunschweig, 1974.
- [10] O. CARLOWITZ: Untersuchungen zur Beeinflussung der Strömung in einer Zyklonbrennkammer. Dissertation TU Clausthal, 1978.
- [11] H. SCHLICHTING, E. TRUCKENBRODT: Aerodynamik des Flugzeugs. Springer-Verlag 1967.
- [12] K. GERSTEN: Einführung in die Strömungsmechanik. Bertelsmann Universitätsverlag 1974.

### Formelzeichen

b	Breite
D	Drall
d	Durchmesser
K	Konstante
$\dot{m}$	Massenstrom
R	(fester) Radius
r	(variabler) Radius
	Ortsvektor $ \vec{r}  = s$
	Geschwindigkeitsvektor $ \vec{v}  = v$
$\bar{v}$	zeitl. Mittelwert der Geschwindigkeit

$\bar{v}$	zusätzlich über den Strömungsquerschnitt gemittelte Geschwindigkeit $\bar{v}$
$\Gamma$	Zirkulation
$\varepsilon$	Durchmesser Verhältnis
$\eta$	Winkel
$\xi$	Winkel
$\varrho$	Dichte
$\Phi$	Verhältnis von Starrkörperadien des Wirbelfadens
$\psi$	Verhältnis von Winkelgeschwindigkeiten der Wirbelfaden-eigenrotation

## Indices

a	axiale Richtung (parallel zur Rotationsachse der Strömung)
ER	Eigenrotation
EW	Einzelwirbel
HR	Hauptrotation
Re bzw. Rück	<b>Re</b> zirkulations- oder <b>Rück</b> strömzone
St	Starrkörperanteil
StG	Starrkörperanteil der Grundströmung
t	tangentiale Richtung (Drehrichtung der Strömung)
Vor	Vorströmzone
WF	Wirbelfaden
* (hochgestellt) teilweise vorverdrallte Rückströmung	